Prof. dr Predrag Petković,
dr Miljana Milić, docent

Katedra za elektroniku
Elektronski fakultet Niš

Sadržaj:
1. Uvod - osnovni pojmovi
2. Stilovi projektovanja i izrade prototipova
3. **Projektovanje analognih kola**
4. **Osnove fizičkog projektovanja (projektovanje štampanih ploča)**
5. **Projektovanje digitalnih kola (vežbe)**

Da se podsetimo

Koji su koraci potrebni da bi se projektovala analogna kola?
1. **Naučiti osobine pojedinih analognih kola (pojačavači, oscilatori, ...)**
2. **Izabrati pravu topologiju za dati zadatak (strukturno projektovanje).**
3. **Odrediti vrednosti parametara pojedinih komponenata (g_m, otpornost, kapacitivnost,...)**
4. **Proveriti da li smo dobili željeni odziv.**
5. **Ako smo zadovoljni idemo na fizičko projektovanje**

Da se podsetimo

Koji su koraci potrebni da bi se projektovala analogna kola?
1. Naučiti osobine pojedinih analognih kola (pojačavači,...)
2. Izabrati pravu topologiju za dati zadatak (strukturno projektovanje).
3. **Odrediti vrednosti parametara pojedinih komponenata (gm, R, C, L...)**
4. **Proveriti da li smo dobili željeni odziv.**
5. **Ako smo zadovoljni idemo na fizičko projektovanje**

Da se podsetimo

Projektovanje elektronskih kola

Projektovanje analognih kola

Funkcija => šta hoćemo

El. šema => kako realizovati

Šta nedostaje?

Vrednosti parametara da bi se dobio željeni odziv

Kako odrediti prave vrednosti parametara?

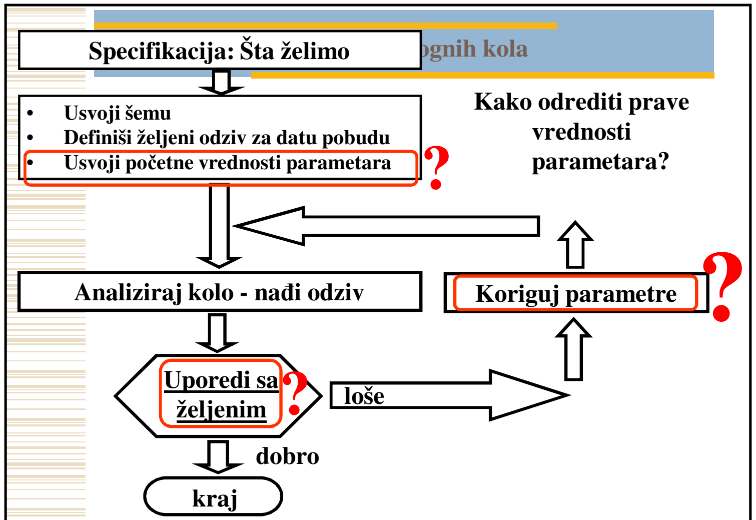
Koristimo softvere za optimizaciju parametara elektronskih kola

Projektovanje elektronskih kola

Savremeni programi za optimizaciju imaju ugrađene algoritme koji omogućavaju da se optimalne vrednosti parametara određuju automatski.

Zasnovani su na poređenju dobijenog i željenog odziva i korekciji parametara na bazi *osetljivosti* odziva na svaki parametar.

Cilj današnjeg predavanja jeste da se upoznamo sa
- osnovama algoritma za optimizaciju;
- problemima vezanim za primenu programa za optimizaciju;
- tipovima optimizacije.



Optimizacija elektronskih kola (1/3)

Algoritam optimizacije

Algoritam optimizacije

Cilj:

Odrediti vrednosti parametara kola
p=[p_1 p_2, ... p_n]^T koje će garantovati da odziv F(x, p) ima željenu vrednost F*(x).

{x je nezavisna promenljiva, recimo frekvencija}

Metod:

Traženje *minimuma funkcije greške* E(x, p);
(E(x, p)==norma za kvantitativnu procenu odstupanja dobijenog od željenog odziva).

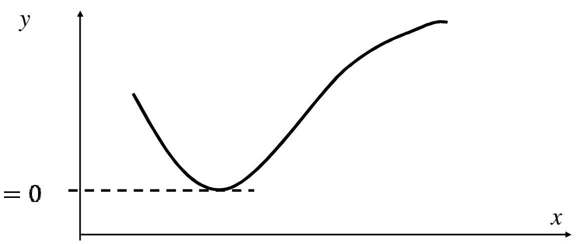
$$E(x,p) = |F(x, \underline{p}) - F^*(x)|$$

***E* je, u opštem slučaju, nelinearna funkcija od p.**

Da se podsetimo (iz matematike)

Kako odrediti minimum neke funkcije y(x)?

Tačka u kojoj je prvi izvod jednak nuli

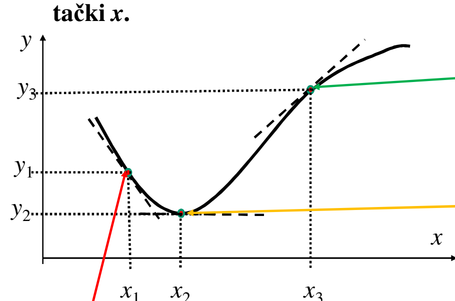


$$\dot{y} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 0$$

Da se podsetimo (iz matematike)

Koje značenje ima prvi izvod?

Prvi izvod funkcije $y(x)$ u tački x, grafički odgovara tangenti u tački x.



$$\dot{y} = \left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_3} > 0$$

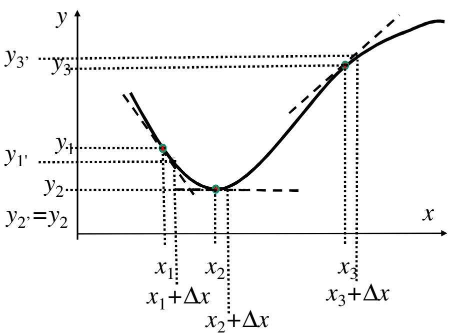
$$\dot{y} = \left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_2} = 0$$

$$\dot{y} = \left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_1} < 0$$

Da se podsetimo (iz matematike)

Koje značenje ima prvi izvod?

Pokazuje za koliko će se promeniti y, u okolini tačke x, ako se x promeni za Δx.



Veća vrednost izvoda veći je i nagib, znači, veća promena.

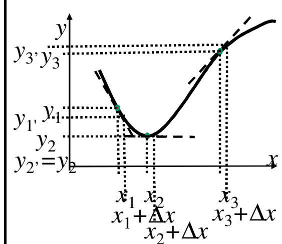
Izvod	funkcija
negativan ⇔	opada
nula ⇔	ne menja se
pozitivan ⇔	raste

Zašto pominjemo prvi izvod kada pričamo o optimizaciji?

Prvi izvod pokazuje koliko je y "osetljivo" na promenu x.

Pokazuje :

- **da li će y da raste ili opada ako ako se x promeni za Δx**
- **za koliko će se y promeniti ako se x promeni za Δx**



Ovo je VAŽNO za optimizaciju jer predstavlja "mehanizam" preko koga može da se izračuna za koliko treba korigovati Δp da bi se razlika između željenog i dobijenog odziva smanjila.

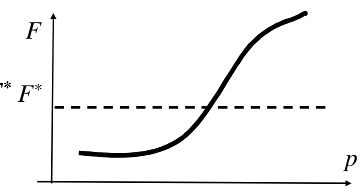
Ova razlika predstavlja *funkciju greške* i označava se sa E(p).

Šta je funkcija greške E(p)?

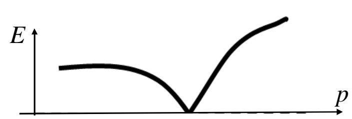
Označimo funkciju odziva (napon, struja, pojačanje,…) sa F.

Neka zavisi od vrednosti samo jednog parametra $p \in [R, L, C, g_m, \ldots]$, F($p$).

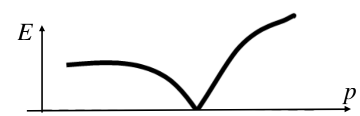
Neka je željena vrednost odziva F^*



Ako funkciju greške $E(p)$ definisana kao apsolutnu vrednost razlike $E(p)=|F^*-F(p)|$



Problem optimizacije svodi se na određivanje vrednosti p, pri kojoj funkcija greške E(p) ima najmanju vrednost.



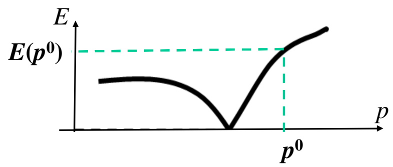
Zato je važno:

- **odrediti prvi izvod funkcije greške, E(p), po parametru p i**
- **traži p pri kojoj je prvi izvod jednak nuli.**

Ne treba zaboraviti da je E(p) složena funkcija, $E(p)=|F^*-F(p)|$, tako da je

$$\frac{\mathrm{dE}(p)}{\mathrm{d}p}=\frac{\mathrm{dE}(p)}{\mathrm{dF}(p)}\frac{\mathrm{dF}(p)}{\mathrm{d}p}$$

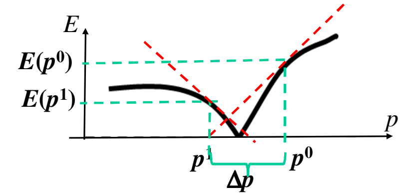
Kako naći vrednost *p*, pri kojoj funkcija greške E(*p*) =0?



Izračuna se *E* za proizvoljnu početnu vrednost p^0; dobiće se E(p^0)>0

Treba odrediti novo $p^1 = p^0 + \Delta p$ za koje će E(p^1)<E(p^0).

Nelinearna funkcija E(*p*) se linearizuje u tački p^0 (aproksimira linearnom) i traži da je E(p^1)=0.



Linearizacijom *E* u okolini *E*(p^0) (videti Analiza nelinearnih kola u DC režimu) dobija se

$$E = \mathrm{E}(p^0) + \frac{\mathrm{dE}(p)}{\mathrm{d}p}\Delta p = 0$$

odakle se računa Δ*p*,

a zatim i p^1.

Postupak se ponavlja iz p^1

Vidimo da je neophodno odrediti $\frac{\mathrm{dE}(p)}{\mathrm{d}p} = \frac{\mathrm{dE}(p)}{\mathrm{dF}(p)}\boxed{\frac{\mathrm{dF}(p)}{\mathrm{d}p}}$

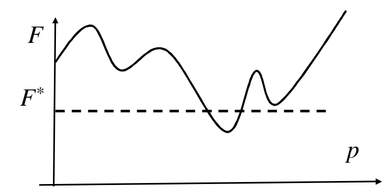
Figuriše izvod odziva (napona, struje, snage,…) *F* po parametru *p*.

Taj izvod predstavlja *osetljivost odziva* (napona, struje, snage,…) na promenu parametra.

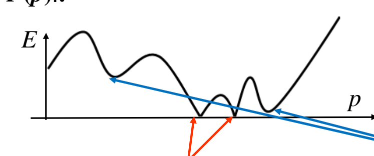
Najčešće je odziv *F*, a time i greška *E*, funkcija više parametara, (p_1,…p_n) (više R, C, g_m,…) tako da se koriste parcijalni izvodi, odnosno

$$\mathrm{dE}(p) = \frac{\mathrm{dE}(p)}{\mathrm{dF}(p)}\left(\boxed{\frac{\partial \mathrm{F}(p)}{\partial p_1}}\mathrm{d}p_1 + \boxed{\frac{\partial \mathrm{F}(p)}{\partial p_2}}\mathrm{d}p_2 + \cdots + \boxed{\frac{\partial \mathrm{F}(p)}{\partial p_n}}\mathrm{d}p_n\right)$$

Ukoliko su *F*(*p*) i F^* :



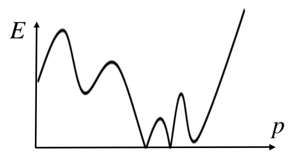
tada *E*(*p*)=|F^*-*F*(*p*)|:



***E*(*p*) ima više minimuma, a postoje i "lokalni minimumi"**

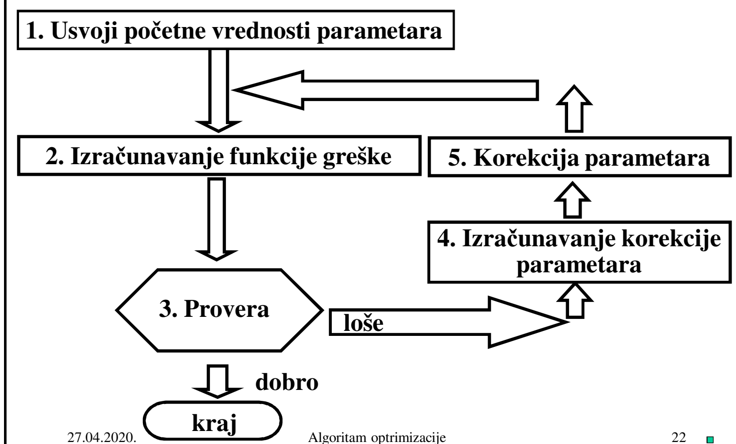
To može da komplikuje ceo posao optimizacije:

- **od izbora početnog rešenja, do**
- **kontrole toka optimizacije.**



Ako se ima u vidu da odziv ne zavisi samo od jednog parametra kola (jedan R, C, BJT, MOS,…) kao i to da cilj može biti optimizacija vrednosti više odziva (recimo napon V_{DS} i I_D, ili pojačanje i propusni opseg), jasno je da je problem optimizacije veoma složen.
Funkcija kojom se cilj optimizacije povezuje sa jednim ili više odziva u kolu, naziva se *funkcija cilja*.

Opšti algoritam optimizacije



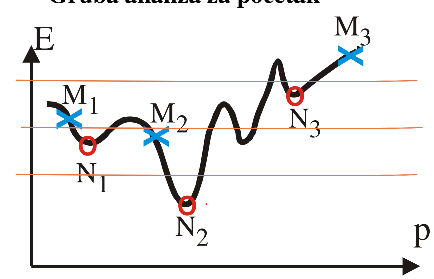
Algoritam optimizacije

1. **Određivanje početnog rešenja**
2. **Izračunavanje funkcije greške**
3. **Provera konvergencije**
4. **Izračunavanje korekcije parametara**
5. **Korekcija vrednosti parametara**

Algoritam optimizacije

1. Određivanje početnog rešenja

-Problemi vezani za početak iterativnog procesa
-Lokalni i globalni minimum.
-Gruba analiza za početak



Algoritam optimizacije

2. Izračunavanje funkcije greške

1. **Apsolutna greška** (*NE apsolutna vrednost*)
   $E^j_{1,i}=w(x_i)[F^*(x_i)-F(x_i,\underline{p}^j)]$
2. **Srednjekvadratna greška**

$$E_2^j=\sum_{i=1}^{m}\left\{w(x_i)\left[F^*(x_i)-F(x_i,\underline{p}^j)\right]^2\right\}$$

$$E_2^j=\int_a^b\left\{w(x)\left[F^*(x)-F(x,\underline{p}^j)\right]\right\}^2 dx$$

3. **Maksimalna greška**

$$E_3^j=\max_{a\le x\le b}\left\{w(x)\left[F^*(x)-F(x,\underline{p}^j)\right]\right\}$$

Algoritam optimizacije

3. Izračunavanje korekcije parametara

Razvoj funkcije $E_i(\underline{p})$ u red u okolini tačke p^j i zadržavanje na linearnom članu:

$$E_i=E_i^j+\sum_{k=1}^{n}\left.\frac{\partial E_i}{\partial p_k}\right|_{p_k=p_k^j}(p_k-p_k^j)+\cancel{\frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{n}\left.\frac{\partial^2 E_i}{\partial p_k^2}\right|_{p_k=p_k^j}\cdot(p_k-p_k^j)\right)^2}+\ldots$$

$$E_i^{j+1}=E_i^j+\sum_{k=1}^{n}\left.\frac{\partial E_i}{\partial p_k}\right|_{p_k=p_k^j}\cdot(p_k^{j+1}-p_k^j)=E_i^j+\sum_{k=1}^{n}\left.\frac{\partial E_i}{\partial p_k}\right|_{p_k=p_k^j}\cdot\Delta p_k^{j+1}$$

Algoritam optimizacije

3. Izračunavanje korekcije parametara

Izjednačavanje linearizovane funkcije greške Ei($\underline{p}$) sa nulom:

$$E_i^{j+1}=E_i^j+\sum_{k=1}^{n}\left.\frac{\partial E_i}{\partial p_k}\right|_{p_k=p_k^j}\cdot\Delta p_k^{j+1}=0,\qquad i=1,\ldots,m$$

$$\sum_{k=1}^{n}\left.\frac{\partial E_i}{\partial p_k}\right|_{p_k=p_k^j}\cdot\Delta p_k^{j+1}=-E_i^j,\qquad i=1,\ldots,m$$

Algoritam optimizacije

3. Izračunavanje korekcije parametara

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial E_1}{\partial p_1} & \frac{\partial E_1}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial E_1}{\partial p_n}\\ \frac{\partial E_2}{\partial p_1} & \frac{\partial E_2}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial E_2}{\partial p_n}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \frac{\partial E_m}{\partial p_1} & \frac{\partial E_m}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial E_m}{\partial p_n}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta p_1^{j+1}\\ \Delta p_2^{j+1}\\ \vdots\\ \Delta p_n^{j+1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-E_1^j\\ -E_2^j\\ \vdots\\ -E_m^j\end{bmatrix}$$

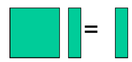
dimenzije sistema (m – jednačina)x(n-promenljivih)
m=broj uslova, n=broj parametara

Algoritam optimizacije

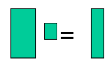
3. Izračunavanje korekcije parametara

Mogući slučajevi

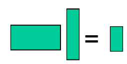
m = n; broj uslova jednak broju parametara



m > n; broj uslova veći od broja parametara (primer: frekvencijska karakteristika data u velikom broju tačaka, za različito f)



m < n; broj uslova manji od broja parametara (primer: DC analza dva uslova I_C i V_{CE} a više parametara – R_{b1}, R_{b2}, R_c, R_e)



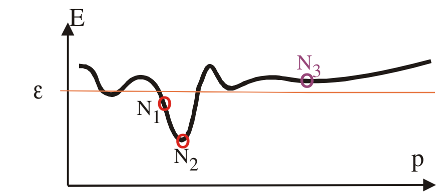
Algoritam optimizacije

4. Provera konvergencije

4.1 $E<\varepsilon$

4.2 $S_p < \varepsilon_p$

4.3 ograničiti broj iteracija



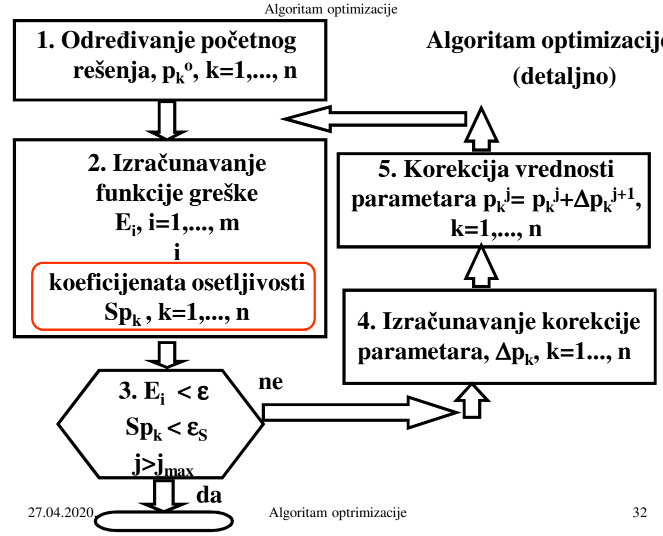
Algoritam optimizacije

5. Korekcija vrednosti parametara

$$p_k^{j+1} = p_k^j + h_k \Delta p_k^{j+1} \qquad k = 1, \dots n$$

$$0 < h_k \leq 1$$

Algoritam optimizacije (detaljno)



Osetljivost elektronskih kola

$$S_p = \frac{\partial (V_o, I_o)}{\partial p} = \frac{\partial F}{\partial p}$$ **Apsolutna osetljivost (Koeficijent osetljivosti)**

$$Q_p^F = \frac{\partial \ln F}{\partial p} = \frac{1}{F}\frac{\partial F}{\partial p}$$ **Polurelativna (polulogaritamska osetljivost)**

$$S_p^F = \frac{\partial \ln F}{\partial \ln p} = \frac{\frac{\partial F}{F}}{\frac{\partial p}{p}} = \frac{p}{F}\frac{\partial F}{\partial p}$$ **Relativna (logaritamska osetljivost)**

$$S_p = \frac{F(p+\Delta p) - F(p)}{\Delta p}$$ **Numeričko izračunavanje osetljivosti?**

Neracionalno!

Postoji efikasni način da se uz dve analize odrede koeficijenti osetljivosti jednog odziva na sve parametre! (Spice .SENSE)

Osetljivost odziva na promenu parametara linearnih otpornih kola

Od interesa je da se odrede osetljivosti odziva (napon, V_o i/ili struja grane I_o):

Osetljivost na promene otpornosti $\frac{\partial (V_o, I_o)}{\partial R}$

Osetljivost na promene napona naponskog generatora $\frac{\partial (V_o, I_o)}{\partial E}$

Osetljivost na promene struje strujnog generatora $\frac{\partial (V_o, I_o)}{\partial J}$

Osetljivost odziva na promenu parametara linearnih otpornih kola

Osetljivost na promene parametra NGKN, $V_2=\mu V_1$ $\frac{\partial (V_o, I_o)}{\partial \mu}$

Osetljivost na promene parametra NGKS, $V_2=r_m I_1$ $\frac{\partial (V_o, I_o)}{\partial r_m}$

Osetljivost na promene parametra SGKN, $I_2=g_m V_1$ $\frac{\partial (V_o, I_o)}{\partial g_m}$

Osetljivost na promene parametra SGKS, $I_2=\beta I_1$ $\frac{\partial (V_o, I_o)}{\partial \beta}$

Osetljivost nelinearnih kola

$$i = g(v,p)\ \{ili\ \ v = r(i,p)\},\quad \Delta i = \frac{\partial g}{\partial v}\Delta v + \frac{\partial g}{\partial p}\Delta p$$

Primer dioda:

$$I_d = I_s\left(e^{\frac{V_d}{kT/q}} - 1\right) = f(V_d, T,)$$

$$\Delta I_d = \frac{\partial I_d}{\partial V_d}\Delta V_d + \frac{\partial I_d}{\partial T}\Delta T$$

$$\frac{\partial I_d}{\partial V_d} = I_s e^{\frac{V_d}{kT/q}} \frac{\partial\left(\frac{V_d}{kT/q}\right)}{\partial V_d} = \boxed{I_s e^{\frac{V_d}{kT/q}}\left(\frac{q}{kT}\right)};\quad \frac{\partial I_d}{\partial T} = I_s e^{\frac{V_d}{kT/q}} \frac{\partial\left(\frac{V_d}{kT/q}\right)}{\partial T} = \boxed{I_s e^{\frac{V_d}{kT/q}}\left(-\frac{q}{kT^2}\right)}$$

$$\Delta I_d = \boxed{\frac{\partial I_d}{\partial V_d}}\Delta V_d + \boxed{\frac{\partial I_d}{\partial T}}\Delta T = \frac{q}{kT} I_s e^{\frac{V_d}{kT/q}}\left(\Delta V_d - \frac{1}{T}\Delta T\right)$$

Osetljivost u frekvencijskom domenu

Osetljivost izlaznog napona/struje na promenu induktivnosti

$$\frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial L} = \frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial Z_L}\frac{\partial Z_L}{\partial L} = j\omega\frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial Z_L}$$

Osetljivost izlaznog napona/struje na promenu kapacitivnosti

$$\frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial C} = \frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial Y_C}\frac{\partial Y_C}{\partial C} = j\omega\frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial Y_C}$$

Osetljivost u frekvencijskom domenu

Osetljivost izlaznog napona/struje na promenu frekvencije

$$\frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial \omega} = \sum_C \frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial Y_C}\frac{\partial Y_C}{\partial \omega} + \sum_L \frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial Z_L}\frac{\partial Z_L}{\partial \omega}$$

$$\frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial \omega} = \sum_C \frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial Y_C}(jC) + \sum_L \frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial Z_L}(jL)$$

$$\frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial \omega} = j\left[\sum_C C\frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial Y_C} + \sum_L L\frac{\partial(V_o, I_o)}{\partial Z_L}\right]$$

Osetljivost u frekvencijskom domenu

Osetljivost MODULA izlaznog napona/struje na promenu parametra

$$V_o = |V_o| \cdot e^{j\phi_{V_o}} \quad \Rightarrow \quad \ln(V_o) = \ln|V_o| + j\phi_{V_o}$$

$$\ln|V_o| = \mathrm{Re}\{\ln V_o\} \qquad \Phi_{V_o} = \mathrm{Im}\{\ln V_o\}$$

$$|V_o| = e^{\mathrm{Re}\{\ln V_o\}} \quad \text{i} \quad \phi_{V_o} = \mathrm{Im}\{\ln V_o\},$$

$$\frac{\partial|V_o|}{\partial p} = \frac{\partial e^{\mathrm{Re}\{\ln V_o\}}}{\partial p} = e^{\mathrm{Re}\{\ln V_o\}}\frac{\partial}{\partial p}\mathrm{Re}\{\ln V_o\} = |V_o| \cdot \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{V_o}\boxed{\frac{\partial V_o}{\partial p}}\right\}$$

Osetljivost u frekvencijskom domenu

Osetljivost FAZE izlaznog napona/struje na promenu parametra

$$V_o = |V_o| \cdot e^{j\phi_{V_o}} \quad => \quad \ln(V_o) = \ln|V_o| + j\phi_{V_o}$$

$$\Phi_{V_o} = \mathrm{Im}\{\ln V_o\}$$

$$\frac{\partial \phi_{V_o}}{\partial p} = \frac{\partial \mathrm{Im}\{\ln V_o\}}{\partial p} = \mathrm{Im}\left\{\frac{1}{V_o}\boxed{\frac{\partial V_o}{\partial p}}\right\}$$

Osetljivost u frekvencijskom domenu

Osetljivost MODULA pojačanja napona/struje izraženog u dB na promenu parametra

$$a_V = 20 \cdot \log|V_o| \quad (dB).$$

$$\frac{\partial a_V}{\partial p} = 20 \cdot \frac{1}{\ln(10)} \cdot \frac{\partial}{\partial p}\ln|V_o| = 8{,}685889 \cdot \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{V_o}\boxed{\frac{\partial V_o}{\partial p}}\right\}.$$

Algoritam optimizacije

Šta treba da znamo?

Elementarno (za potpis)

Cilj optimizacije?

Osnovna (za 6)

1. **Koraci u algoritmu optimizacije?**
2. **Kako se definiše koeficijent osetljivosti odziva na promenu parametra kola?**

Algoritam optimizacije

Šta treba da znamo?

Ispitna pitanja

a) **Izbor početnog rešenja.**
b) **Izračunavanje funkcije greške.**
c) **Izračunavanje korekcije parametara.**
d) **Osetljivost odziva na promenu parametara linearnih otpornih kola.**
e) **Osetljivost odziva na promenu parametara nelinearnih otpornih kola (primer dioda)**
f) **Osetljivost u frekvencijskom domenu (frekvencija, moduo, faza).**

Sledećeg časa:
Tipovi problema optimizacije elektronskih kola